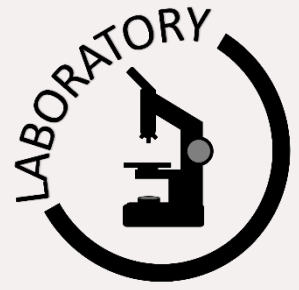




به نام خدا



# آزمایش پنجم: بالانس استاتیکی و دینامیکی

مدرس: دکتر احسان فتحی

مدیر و موسس آموزشگاه آزاد فنی و حرفه‌ای فتحی

**Telegram & Instagram:** @FathiTrainingGroup

**Website:** FathiTrainingGroup.com

**Email:** ehsanfathi\_eh@yahoo.com

**Tel:** 09386249330, 05191012910

## فهرست مطالب

- هدف آزمایش
- تئوری آزمایش
- شرح دستگاه آزمایش
- محاسبه مقادیر تئوری
- محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی
- روش انجام آزمایش
- خواسته‌های آزمایش

○ بررسی تعادل استاتیکی و دینامیکی محورهای چرخان

## تئوری آزمایش

محورهایی که با سرعت زیادی دوران می کنند باید به دقت بالانس شوند در غیر اینصورت محور تبدیل به یک منبع ارتعاش خواهد شد. در سرعت های پایین ممکن است بتوان از بالانس نبودن محور چشم پوشی کرد اما در سرعت های بالا، بالانس نبودن منجر به شکست و ایجاد حادثه خواهد گردید. مساله بالانسینگ به خصوص در توربین های گازی که با سرعت های بسیار بالا (در حدود ۱۵۰۰۰ تا ۵۰۰۰۰ دور بر دقیقه) دوران می کنند قابل توجه است. کوچکترین نابالانسی محورهای این توربین ها باعث حادثه ای بزرگ خواهد شد.

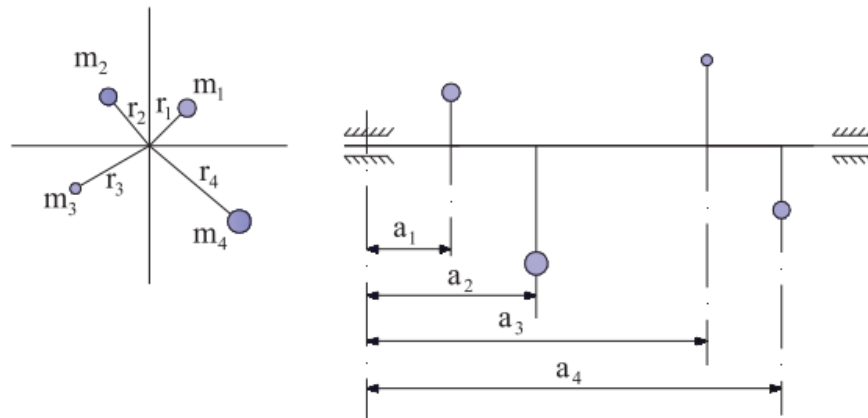
## تئوری آزمایش

یک محور با جرم‌هایی که بر روی آن سوار شده است می‌تواند به صورت استاتیکی و یا دینامیکی بالانس باشد. یک محور را بالانس استاتیکی گوئیم اگر آن را در هر موقعیت زاویه‌ای قرار دهیم در همان موقعیت بماند. یک محور زمانی به صورت دینامیکی بالانس است که در هر دوری بدون ارتعاش دوران کند.

توجه به این نکته ضروری است که اگر یک محور بالانس دینامیکی باشد بالانس استاتیکی هم هست اما، عکس این مطلب صادق نیست.

## ○ بالانس استاتیکی :

برای اینکه یک سیستم چرخان تعادل استاتیکی داشته باشد لازم است که برآیند نیروهای اینرسی ناشی از دوران حول محور صفر باشد. برای این منظور باید که مرکز جرم سیستم یا روتور بر روی محور دوران قرار داشته باشد. در صورتیکه یک سیستم شامل چند جرم مطابق شکل زیر داشته باشیم:



شرط بالانس استاتیکی به صورت مقابل خواهد بود. رابطه ای که در آن سینوس دارد زمانی ظاهر می شود که سیستم را ۹۰ درجه حول محور دوران بچرخانیم.

$$\sum m_i r_i \cos \theta_i = 0$$

$$\sum m_i r_i \sin \theta_i = 0$$

یک سیستم با جرم‌های گسسته در صورتی به صورت استاتیکی بالانس است که معادله زیر را ارضا کند:

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i = 0$$

که  $n$  تعداد جرم‌های گسسته می‌باشد. برای بالانس استاتیکی فقط یک جرم بالانس کننده لازم است. حال اگر معادله بالا را برای ۴ جرم بسط دهیم خواهیم داشت:

$$m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_4 \cdot \vec{r}_4 = 0$$

برای حل معادله بالا دو روش وجود دارد: ۱- روش محاسباتی ۲- روش ترسیمی

## ۱. روش محاسباتی:

معادله برداری اسلاید قبل را به مولفه های عمودی و افقی آن تجزیه میکنیم، پس داریم:

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \cos(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot \cos(\theta_3) + m_4 \cdot r_4 \cdot \cos(\theta_4) = 0$$

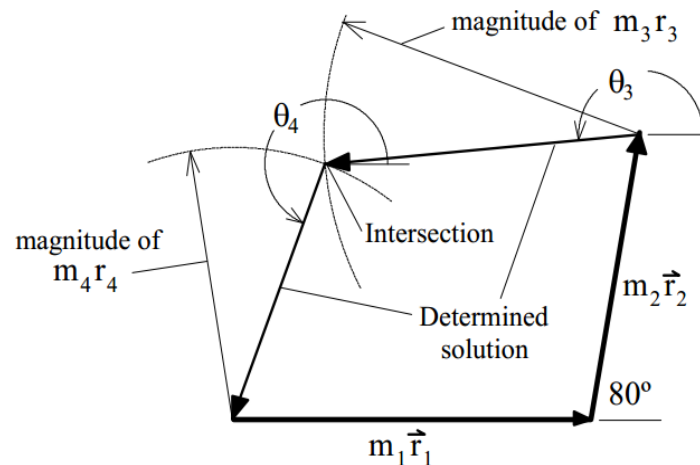
$$m_1 \cdot r_1 \cdot \sin(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot \sin(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot \sin(\theta_3) + m_4 \cdot r_4 \cdot \sin(\theta_4) = 0$$

دستگاه دو معادله‌ای بالا شرط برقراری تعادل استاتیکی را بیان می‌کند.



## ۲. روش ترسیمی:

شکل زیر روش ترسیمی را برای یافتن جرم بالانس کننده سیستم نشان می‌دهد. مطابق شکل کافیسیت برای گشتاور مربوط به هر جرم ( $m r$ ) با انتخاب مقیاس مناسب یک بردار به همان بزرگی و در جهت قرارگیری جرم (زاویه نسبت به مبدا مشخص) رسم کرد. ترتیب بردارها می‌تواند دلخواه باشد و نهایتاً برای حالت تعادل استاتیکی مجموع بردارها، یک چند ضلعی بسته را می‌سازد.

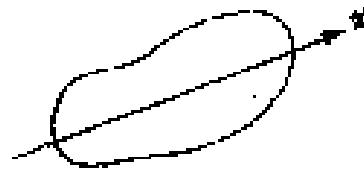


## تئوری آزمایش

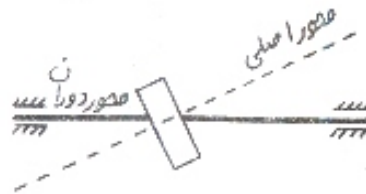
- به عنوان مثال برای بالانس استاتیکی ۴ جرم به صورت زیر عمل می کنیم:
۱. بردار معلوم ۱ را می کشیم.
  ۲. بردار ۲ را از دنباله بردار ۱ رسم می کنیم.
  ۳. کمانی به مرکز انتهای بردار ۲ و اندازه بردار ۳ رسم کنید.
  ۴. کمانی به مرکز ابتدای بردار ۱ و اندازه بردار ۴ رسم کنید.
  ۵. محل تلاقی دو کمان موقعیت زاویه ای بردارهای ۳ و ۴ را نشان می دهد.

## ○ بالانس دینامیکی:

برای اینکه یک سیستم تعادل دینامیکی داشته باشد لازم علاوه بر نیروهای اینرسی کوپلهای ناشی از این نیروها نیز در حال تعادل باشند. برای این منظور لازم است علاوه بر اینکه مرکز جرم بر روی محور دوران قرار می‌گیرد، محور دوران، محور اصلی سیستم باشد. جسم زیر را که حول محور  $x$  در حال دوران می‌باشد را در نظر بگیرید. اگر ممانهای اینرسی حاصلضرب  $I_{xy} = I_{xz} = 0$  باشد، محور  $x$  که محور دوران جسم است، محور اصلی سیستم نیز خواهد بود.



حال دیسک زیر که به طور مایل بر روی محور دوران قرار گرفته است را در نظر بگیرید. مرکز جرم این دیسک بر روی محور دوران می باشد، اما محور آن محور اصلی نمی باشد.



برای سیستمهایی که شامل چند جرم می باشند شرط بالانس دینامیکی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\sum m_i r_i \cos \theta_i = 0$$

$$\sum m_i r_i a \cos \theta_i = 0$$

$$\sum m_i r_i \sin \theta_i = 0$$

$$\sum m_i r_i a \sin \theta_i = 0$$

بطور مشابه برای حل معادله بالا دو روش وجود دارد: ۱- روش محاسباتی ۲- روش ترسیمی

## ۱. روش محاسباتی:

معادله برداری بالا را به مولفه های عمودی و افقی آن تجزیه می کنیم پس داریم:

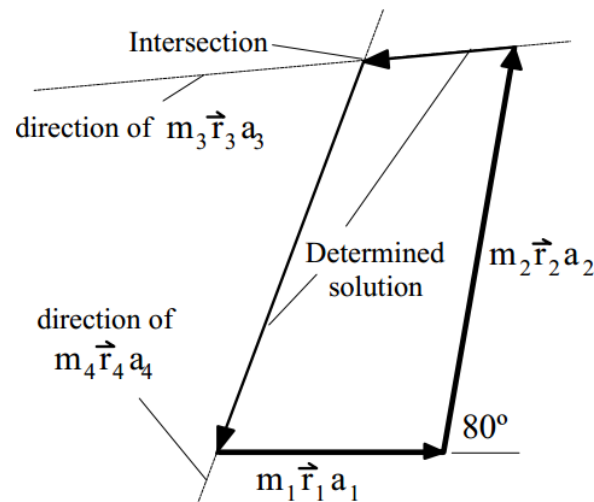
$$m_1 \cdot r_1 \cdot a_1 \cdot \cos(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot a_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot a_3 \cdot \cos(\theta_3) + m_4 \cdot r_4 \cdot a_4 \cos(\theta_4) = 0$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot a_1 \cdot \sin(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot a_2 \sin(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot a_3 \cdot \sin(\theta_3) + m_4 \cdot r_4 \cdot a_3 \cdot \sin(\theta_4) = 0$$

دستگاه دو معادله ای بالا شرط برقراری تعادل دینامیکی را بیان می کند

## ۲. روش ترسیمی:

در روش ترسیمی با انتخاب مقیاس مناسب بردارهایی به اندازه‌های  $m_1 \cdot r_1 \cdot a_1$ ،  $m_2 \cdot r_2 \cdot a_2$  و ...، موازی بردارهای  $m_1 \cdot \vec{r}_1$ ،  $m_2 \cdot \vec{r}_2$  و ... رسم می‌کنیم. ترتیب بردارها می‌تواند دلخواه باشد. نهایتاً مجموع بردارها، یک چند ضلعی بسته را می‌سازد.



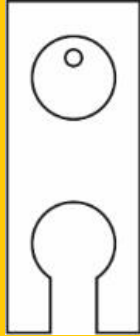
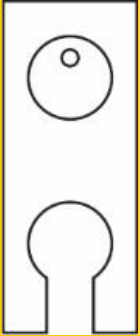
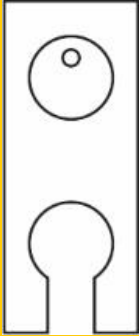
## تئوری آزمایش

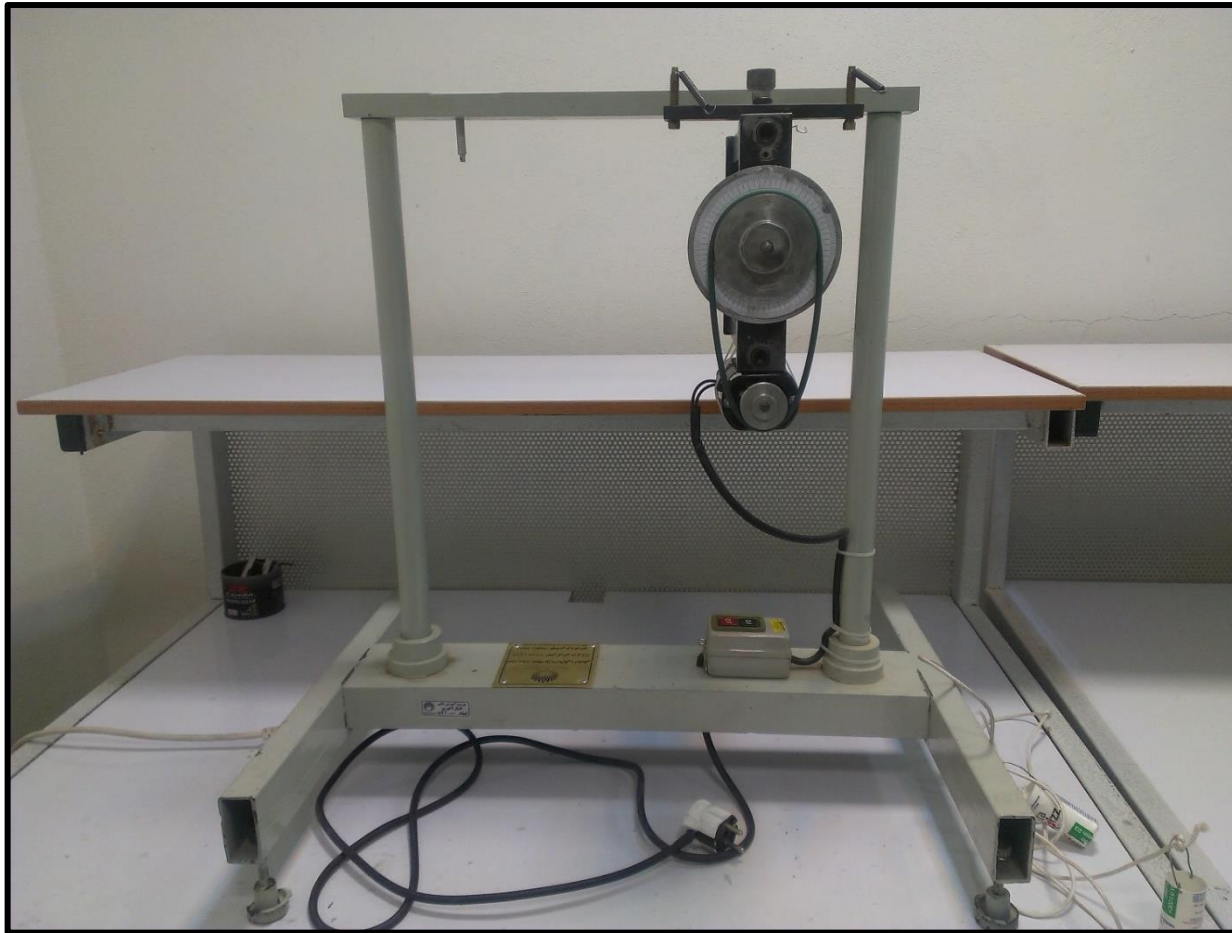
- به عنوان مثال برای بالانس دینامیکی ۴ جرم به صورت زیر عمل می کنیم:
۱. بردار معلوم ۱ را می کشیم.
  ۲. بردار ۲ را از دنباله بردار ۱ رسم می کنیم.
  ۳. جهت بردار ۳ را از انتهای بردار ۲ می کشیم.
  ۴. جهت بردار ۴ را از ابتدای بردار ۱ می کشیم.
  ۵. محل تلاقی جهت های دو بردار ۳ و ۴ مقادیر این دو بردار را مشخص می کند.

## شرح دستگاه آزمایش

دستگاه بالانس استاتیکی و دینامیکی از یک محور بالانس شده دقیق که روی آن سه بلوک (در اصل چهار بلوک) مستطیل شکل که به طور دلخواه بر روی محور نصب‌اند، تشکیل شده است. داخل بلوک‌های مستطیلی، پولک‌های برنجی با قطر یکسان قرار داده شده است، که هر کدام از این پولک‌ها دارای سوراخی خارج مرکز اما با قطر متفاوت نسبت به همدیگر هستند. این مکانیزم، جهت ایجاد گشتاورهای متفاوت از سوی هر کدام از بلوک‌ها، تعبیه گردیده است. مشخصات بلوک‌ها در جدول اسلاید بعد آمده است. محور به وسیله یک موتور و از طریق پولی و تسمه به دوران در می‌آید. جهت جانمایی بلوک‌ها در موقعیت مورد نظر، یک دایره مدرج روی دیسک و یک خط کش روی صفحه نصب شده است.



بلوک			
شماره بلوک	1	2	3
$m$ (gr)	216	223	194



## محاسبه مقادیر تئوری

طبق آن چه در تئوری آزمایش بدست آورده شد، فرمول‌های لازم برای محاسبه مقادیر تئوری هر مرحله عبارتند از:

۱- بالانس استاتیکی:

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \cos(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot \cos(\theta_3) = 0$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \sin(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot \sin(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot \sin(\theta_3) = 0$$

۲- بالانس دینامیکی:

$$m_1 \cdot r_1 \cdot a_1 \cdot \cos(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot a_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot a_3 \cdot \cos(\theta_3) = 0$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot a_1 \cdot \sin(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot a_2 \cdot \sin(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot a_3 \cdot \sin(\theta_3) = 0$$



# محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی

نحوه محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{درصد خطای آزمایشگاهی} = \frac{\text{مقدار عملی} - \text{مقدار تئوری}}{\text{مقدار تئوری}} \times 100$$

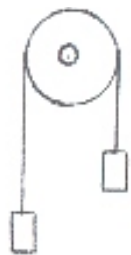
# روش انجام آزمایش

مرحله اول آزمایش: محاسبه مرکز جرم وزنه ها

۱- دو سطل کوچک را با پیچاندن حداقل دو دور ریسمان در روی پولی دستگاه نصب کنید. (شکل الف)

۲- یکی از وزنه‌ها را به دستگاه وصل کرده و به کمک آچار محکم کنید و سپس وزنه را رها کنید تا به صورت عمودی قرار گیرد. (شکل ب)

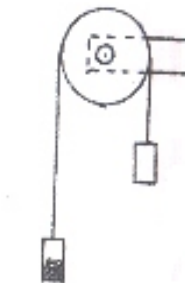
۳- در یکی از سطرها آنقدر ساچمه بریزید تا وزنه از حالت عمودی خارج و کاملاً "به حالت افقی قرار گیرد. (شکل ج)



(شکل الف)



(شکل ب)



(شکل ج)

۴- حال سطل حاوی ساچمه را وزن کرده و مقدار جرم آن را در جدول ۱ یادداشت نمایید.

جدول ۱

$M_1$ (gr)	$M_2$ (gr)	$M_3$ (gr)	$M_4$ (gr)
118	139	108	-

۵- با استفاده از گشتاور گیری حول مرکز پولی می توان مقدار  $m_i r_i$  را بدست آورد. نتایج را در جدول ۲ یادداشت نمایید (قطر پولی ۷۰ میلیمتر می باشد).  
 $m_i r_i = M_i R$

جدول ۲

$M_1 R$ (gr.mm)	$M_2 R$ (gr.mm)	$M_3 R$ (gr.mm)	$M_4 R$ (gr.mm)
4130	4865	3780	

# روش انجام آزمایش

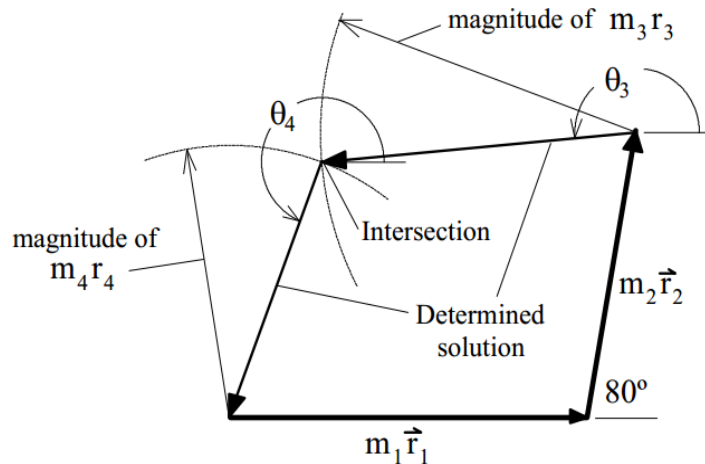
مرحله دوم آزمایش: بالانس استاتیکی

حال با استفاده از رابطه تعادل استاتیکی با در نظر گرفتن یک زاویه دلخواه برای جرم اول مقدار زاویه دو جرم دیگر را به روش ترسیمی و محاسباتی بدست آورید.

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \cos(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot \cos(\theta_3) = 0$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \sin(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot \sin(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot \sin(\theta_3) = 0$$

راهنمایی برای روش محاسباتی:



$$\sin \theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta / 2}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta / 2}$$

$$\cos \theta = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \theta / 2}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta / 2}$$

# روش انجام آزمایش

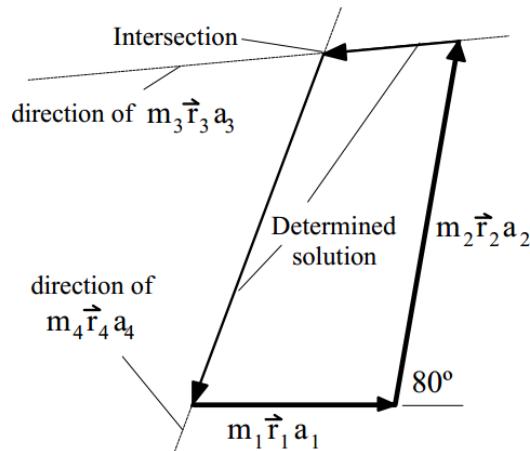
مرحله سوم آزمایش: بالانس دینامیکی

پس از بالانس استاتیکی به دو روش محاسباتی و ترسیمی بالانس دینامیکی را انجام دهید.

$$m_1 \cdot r_1 \cdot a_1 \cdot \cos(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot a_2 \cdot \cos(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot a_3 \cdot \cos(\theta_3) = 0$$

$$m_1 \cdot r_1 \cdot a_1 \cdot \sin(\theta_1) + m_2 \cdot r_2 \cdot a_2 \cdot \sin(\theta_2) + m_3 \cdot r_3 \cdot a_3 \cdot \sin(\theta_3) = 0$$

راهنمایی برای روش محاسباتی:



$$\sin \theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta / 2}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta / 2}$$

$$\cos \theta = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \theta / 2}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta / 2}$$



# خواسته های آزمایش

پس از انجام آزمایش مطلوبست:

- ۱- انجام محاسبات بالانس استاتیکی با در نظر گرفتن  $\theta_1 = 0$  و بدست آوردن زوایا به دو روش محاسباتی و ترسیمی
- ۲- انجام محاسبات بالانس دینامیکی با در نظر گرفتن  $\theta_1 = 0$  و بدست آوردن زوایا به دو روش محاسباتی و ترسیمی
- ۳- بررسی عوامل خطا و ارائه راه کار برای افزایش دقت آزمایش

امام علی (ع):

بزرگترین عیب آنکه، چیزی را در خود داری بر دیگران عیب بشماری.